

Fiche : Production de CO₂ par la respiration (ordres de grandeur)

Niveau : lycée et enseignement supérieur

Rédaction : projetco2.fr, François Pétrélis, Benoît Semin, 16 mai 2021

Nous notons Q_{CO_2} le débit volumique de CO₂ émis par un être humain. Ce débit dépend bien sûr de l'individu et de l'activité physique. Comme la quantité émise est en fait une masse de CO₂, ce volume dépend un peu de la température et de la pression via la loi des gaz parfait. Cet effet est habituellement négligé.

Les valeurs de Q_{CO_2} standard pour une personne au repos sont de $18 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1} = 0,3 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1} = 5 \text{ mL} \cdot \text{s}^{-1} = 5 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ (voir [1] page 2).

Estimation à partir des apports caloriques de la nourriture

Le but de cette partie est de retrouver qualitativement la quantité Q_{CO_2} , à partir de la quantité d'aliments consommés quotidiennement.

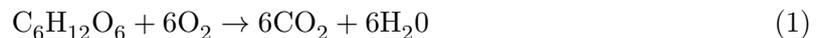
Composition	Quantité pour 100 g	Apport journalier recommandés
Energie en calories	327 kcal	16%
Energie en kilojoules	1390 kJ	16%
Protéines	0,395g	1%
Glucides	81,1g	88%

TABLE 1 – Valeur nutritionnelle d'un miel. Source : <http://www.mon-petit-pot-de-miel.com> (l'info n'est plus sur le site).

D'après la table 1, 88,1 g de sucre correspond à 16% des apports journaliers recommandés en énergie. Remarquons que l'apporté énergétique total est de 2040 kilocalories, ce qui est la valeur classique, qui est plutôt faible.

On considère que l'individu étudié ne mange que du sucre. Il lui est alors nécessaire de manger $m_s = 88,1/0,16 = 510 \text{ g}$ de sucre par jour. On peut retrouver cette valeur en ayant 2000 kilocalories, avec 4 kilocalories par gramme de sucre.

On considère que le sucre est du glucose de formule C₆H₁₂O₆. La masse molaire du glucose est $M_g = 6 \times 12 + 12 \times 1 + 6 \times 16 = 180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. Ce sucre réagit avec le dioxygène de l'air :



La masse molaire de CO₂ vaut $M_{CO_2} = 44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$. D'après l'équation (1), la masse de CO₂ émise vaut :

$$m_{CO_2} = m_s \frac{6M_{CO_2}}{M_g} = 510 \times \frac{6 \times 44}{180} = 750 \text{ g} \quad (2)$$

Le nombre de moles émise en un jour vaut :

$$n_{CO_2} = m_s \frac{6}{M_g} = 510 \times \frac{6}{180} = 17 \text{ mol} \quad (3)$$

En utilisant la loi des gaz parfaits, la valeur de Q_{CO_2} vérifie :

$$Q_{CO_2} = \frac{n_{CO_2} RT}{t_{\text{jour}} P} = \frac{17}{3600 \times 24} \times \frac{8,31 \times 293}{10^5} = 4,8 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \quad (4)$$

avec t_{jour} la durée du jour, R la constante des gaz parfaits, T la température, et P la pression atmosphérique.

Ce résultat est cohérent avec les données discutées plus haut. Pour une estimation plus précise, il faut prendre en compte que nous mangeons aussi des protéines et des graisses, que nous effectuons de l'activité physique, ...

Estimation par ordre de grandeur des processus énergétiques

Une autre approche consiste à estimer en ordre de grandeur les différents effets impliqués et relier le taux de production de CO_2 aux propriétés fondamentales de la matière.

L'apport énergétique journalier est converti en énergie dans le corps humain via des processus de réaction chimique. Chaque molécule de CO_2 est associée à la libération d'une énergie, notée E_m dont l'ordre de grandeur est déterminé par les propriétés microscopiques de la matière. Il s'agit donc d'une fraction de Rydberg, l'énergie du fondamental de l'atome d'hydrogène. Prenons ainsi

$$E_m = m_e \frac{q^4}{\hbar^2} \quad (5)$$

où $m_e \simeq 9 \times 10^{-31} \text{ kg}$ est la masse de l'électron, $\hbar \simeq 10^{-34} \text{ J.s}$ la constante de Planck réduite et $q^2 = e^2 / (4\pi\epsilon_0) \simeq 2.3 \times 10^{-28} \text{ J.m}$ le paramètre qui mesure l'amplitude de l'interaction électrostatique.

On estime ainsi $E_m \simeq 47 \times 10^{-19} \text{ J} \simeq 30 \text{ eV}$. Ce résultat est à comparer aux estimations de la partie précédente : 2000 kilocalories soit $8,4 \times 10^6 \text{ J}$ consommées quotidiennement et associées à une production de 17 mol de CO_2 soit $17 \times N_a = 10^{25}$ molécules avec $N_a \simeq 6 \times 10^{23}$ le nombre d'Avogadro. L'énergie par molécule CO_2 est donc $8,4 \times 10^{-19} \text{ J} \simeq 5 \text{ eV}$. Ce qui est en bon accord avec l'ordre de grandeur microscopique que nous avons considéré.

Cette apport énergétique est utilisé par le corps humain pour différents processus : l'activité physique, l'activité cérébrale mais aussi le maintien de la température corporelle à $T_c = 37^\circ \text{ C} \simeq 310 \text{ K}$. Une estimation de la puissance énergétique nécessaire au maintien de cette température est donnée en considérant que le corps humain perd de l'énergie par radiation thermique. Ce terme est en effet une bonne partie du bilan énergétique du corps humain [2]. En approximant les propriétés de radiation du corps humain à celle d'un corps noir à température T_c de surface $S = 1 \text{ m}^2$, la puissance perdue par radiation est donnée par la loi de Stefan-Boltzman,

$$P = \sigma S T_c^4 \quad (6)$$

avec

$$\sigma = \frac{\pi^2 k_b^4}{60 \hbar^3 c^2} \simeq 5,67 \times 10^{-8} \text{ W.K}^{-4} \cdot \text{m}^{-2} \quad (7)$$

la constante de Stefan et $k_b \simeq 1.38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ la constant de Planck. La valeur numérique trouvée $P \simeq 520 \text{ W}$ est d'un facteur 5 supérieure à celle du corps humain au repos (environ 100 W) ce qui reste une estimation satisfaisante pour un ordre de grandeur.

Le nombre de molécules de CO_2 émises par unité de temps s'estime alors comme

$$\frac{dN_{co2}}{dt} = \frac{P}{E_m} = \frac{\sigma S T_c^4}{E_m} = \frac{\pi^2 k_b^4 q^4}{60 m_e \hbar c^2} S T_c^4 \quad (8)$$

On trouve une production de CO_2 de $520/(47 \times 10^{-19}) \simeq 10^{20}$ molécules par seconde. Sur une journée, l'estimation est donc d'environ 14 mol. Ce résultat est, en ordre de grandeur, en accord avec les 17 mol estimées par l'équation 3.

Pour aller plus loin, on peut estimer T_c en supposant que la température est d'ordre de grandeur de celle de l'atmosphère. On relie alors la production de CO_2 à la distance Terre-Soleil et aux propriétés du Soleil, notamment sa température de surface.

Références

- [1] "Ventilation et traitement de l'air dans les bâtiments tertiaires", André Bergner, Techniques de l'ingénieur, 2018
- [2] Voir par exemple Bilan thermique du corps humain, fiche d'enseignement scientifique de classe de 1ère
https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Pluridisciplinaire/89/3/RA19_Lycees_G_1er_ES_T2_Bilan_thermique_corps_humain_1167893.pdf