

Fiche : Analyse des données de concentration en CO₂

Niveau : lycées et enseignement supérieur

Rédaction : projetco2.fr, Jean-Michel Courty, Bertrand Maury, François Pétrélis, Benoît Semin, 15 mai 2021

1 Introduction

Dans cette fiche, nous montrons comment retrouver par le calcul les variations de la concentration de CO₂ dans une pièce lorsque l'on connaît son volume, le nombre de personnes présentes et le taux de renouvellement de l'air. Inversement, nous montrons comment déduire de mesures le taux de renouvellement de l'air d'une pièce, lorsque celui-ci n'est pas connu, ce qui est souvent le cas dans les pièces sans ventilation mécanique contrôlée (VMC).

1.1 Unité de concentration : ppm

La concentration en CO₂ de l'air extérieur c_o vaut approximativement 0,04% en 2020, notée usuellement 400 ppm. La concentration en CO₂ s'exprime en effet en parties par millions (ppm), c'est-à-dire en nombre de molécules de CO₂ divisé par le nombre de molécules de tous les gaz présents. Comme nous supposons que les gaz vérifient la loi des gaz parfaits, cela correspond aussi à une concentration en volume.

Remarque : la concentration en CO₂ à l'extérieur peut être supérieure à 400 ppm dans les métropoles lors des pics de pollution, et atteindre 500 ppm voire 600 ppm.

1.2 Notations utilisées

Nous notons c_t la concentration totale en CO₂, qui est la quantité mesurée par un détecteur, et $c = c_t - c_o$ la concentration liée à la respiration humaine.

Nous notons V_1 le volume par personne, c'est-à-dire V le volume de la pièce divisé par N le nombre de personnes dans la pièce. Pour les applications numériques nous prendrons $V_1 = 10 \text{ m}^3$. Cela correspond par exemple à une surface de 4 m^2 et une hauteur de 2,5 m.

Nous notons Q_{CO_2} le débit volumique de CO₂ émis par un être humain. Ce débit dépend bien sûr de l'individu et de l'activité physique. Comme la quantité émise est en fait une masse de CO₂, ce débit volumique dépend un peu de la température et de la pression via la loi des gaz parfait. Cet effet est habituellement négligé.

La valeur de Q_{CO_2} standard pour une personne adulte au repos est connue (voir [1, 2]) et vaut :

$$Q_{CO_2} = 18 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1} = 0,3 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1} = 5 \text{ mL} \cdot \text{s}^{-1} = 5 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \quad (1)$$

Nous considérons que l'air de la salle est parfaitement mélangé, ce qui est une première approximation raisonnable dans les petites salles peu hautes (cette hypothèse est désignée par le terme «well-mixed» dans les documents en anglais).

2 Salle étanche

Nous considérons tout d'abord une salle étanche, c'est-à-dire une salle dont l'air n'est pas renouvelé. Les salles dont toutes les portes et fenêtres sont fermées, et qui ne sont pas équipées de VMC peuvent être modélisées comme des salles étanches en première approximation.

Nous supposons que la concentration initiale est $c = 0$ soit $c_t = c_o$.
 Dans une salle étanche, la concentration croît linéairement en temps :

$$c = \frac{Q_{CO_2} \times t}{V_1} \text{ soit } c_t = \frac{N Q_{CO_2} \times t}{V} + c_o \quad (2)$$

Application numérique pour $Q_{CO_2} = 18 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$:

- $t = 15 \text{ min} = 0,25 \text{ h}$

On a alors $c = (18 \times 10^{-3}) \times 0,25/10 = 4,5 \times 10^{-4} = 450 \text{ ppm}$

La concentration totale est $c_t = c + c_o = 450 + 400 = 850 \text{ ppm}$.

Cette valeur est supérieure à la valeur cible de 800 ppm recommandée par le Haut conseil de la santé publique en contexte covid [3]. Cela montre que la concentration en CO_2 augmente rapidement dans une salle étanche.

- $t = 1 \text{ h}$

On a alors $c = (18 \times 10^{-3}) \times 1/10 = 1,8 \times 10^{-3} = 1800 \text{ ppm}$

La concentration totale est $c_t = c + c_o = 1800 + 400 = 2200$.

3 Salle ventilée

Nous considérons maintenant une salle avec un taux de renouvellement de l'air a . Cette quantité est appelée "Air Change per Hour" et notée "ACH" dans les documents en anglais ([4, 5]).

En effectuant un bilan, on peut montrer que la concentration vérifie l'équation suivante :

$$\frac{d(cV)}{dt} = +N Q_{CO_2} - a(cV) \quad (3)$$

où le premier terme du membre de droite correspond au CO_2 produit par la respiration et le second à celui évacué par le renouvellement d'air. L'hypothèse de salle parfaitement mélangée est utilisée pour obtenir cette équation : l'air est partout à la concentration c , et donc aussi l'air évacué, d'où le terme acV .

L'équation (3) peut être réécrite en faisant apparaître le volume par personne V_1 sous la forme :

$$\frac{dc}{dt} = +\frac{Q_{CO_2}}{V_1} - ac \quad (4)$$

3.1 Régime permanent

3.1.1 Lien entre concentration en CO_2 et taux de renouvellement de l'air

Le régime permanent est défini comme le régime atteint lorsque la concentration en CO_2 reste constante au cours du temps, soit $dc/dt = 0$. L'équation (4) donne alors :

$$c = \frac{Q_{CO_2}}{V_1 a} \quad (5)$$

qui s'écrit aussi :

$$c = \frac{N Q_{CO_2}}{V a} \quad (6)$$

Si on appelle Q_f le débit d'air extérieur par personne, soit $Q_f = aV_1$, l'équation 5 se réécrit :

$$c = \frac{Q_{CO_2}}{Q_f} \quad (7)$$

ce qui montre que la concentration en CO_2 est indépendante du volume de la salle V , et qu'elle ne dépend que de l'apport d'air extérieur par personne.

3.1.2 Applications numériques

Applications numériques en utilisant l'équation (5), en prenant $V_1 = 10 \text{ m}^3$:

- taux de renouvellement $a = 1 \text{ h}^{-1}$

$$c = (18 \times 10^{-3}) / (10 \times 1) = 1,8 \times 10^{-3} = 1800 \text{ ppm}$$

La concentration totale est $c_t = c + c_o = 1800 + 400 = 2200 \text{ ppm}$.

Cela correspond aux valeurs atteintes au bout d'1 h dans le cas de la salle étanche.

- taux de renouvellement $a = 10 \text{ h}^{-1}$

Ce taux de renouvellement correspond à des valeurs usuelles pour les services des maladies infectieuses en milieux hospitalier [6].

$$c = (18 \times 10^{-3}) / (10 \times 10) = 0,18 \times 10^{-3} = 180 \text{ ppm}$$

La concentration totale est $c_t = c + c_o = 180 + 400 = 580 \text{ ppm}$.

Applications numériques en utilisant l'équation (7) :

- $Q_f = 10 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$

$$c = (18 \times 10^{-3}) / 10 = 1,8 \times 10^{-3} = 1800 \text{ ppm}$$

On retrouve bien la valeur correspondant à $a = 1 \text{ h}^{-1}$ et $V_1 = 10 \text{ m}^3$.

- $Q_f = 100 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$

$$c = (18 \times 10^{-3}) / 100 = 0,18 \times 10^{-3} = 180 \text{ ppm}$$

On retrouve bien la valeur correspondant à $a = 10 \text{ h}^{-1}$ et $V_1 = 10 \text{ m}^3$.

Ce calcul montre qu'une valeur $c_t = 580 \text{ ppm}$ correspond à un apport d'air extérieur par personne $Q_f = 100 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1} = 28 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$.

3.1.3 Détermination expérimentale du taux de renouvellement

Expérimentalement, le régime permanent est atteint lorsque la valeur c_t mesurée par le détecteur de CO_2 reste constante au cours du temps. Dans ce cas, si on connaît le volume de la pièce et le nombre de personnes, on peut en déduire le taux de renouvellement de l'air, en réécrivant l'équation (6) sous la forme :

$$a = \frac{NQ_{CO_2}}{V(c_t - c_o)} \quad (8)$$

Le taux de renouvellement dépend de la configuration de la salle, en particulier si les fenêtres et les portes sont ouvertes ou fermées. Par contre, il ne dépend pas du nombre de personnes. Une fois le taux de renouvellement mesuré, l'équation (6) permet déterminer la jauge d'une salle, si on ne veut pas dépasser une valeur maximale de concentration en CO_2 .

3.2 Régime transitoire

Mesurer la concentration au cours du temps permet de vérifier que le régime permanent a bien été atteint, et que le taux de renouvellement de l'air est constant au cours du temps. En

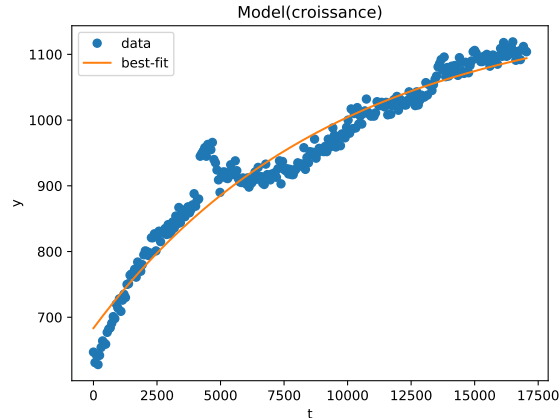


FIGURE 1 – Concentration en CO₂ (en ppm) en fonction du temps en seconde. Points bleus : données expérimentales ; ligne orange : ajustement exponentiel par l'équation (9).

effet, si le taux de renouvellement d'air est peu élevé, le temps caractéristique pour atteindre le régime permanent est grand. Les conditions d'aération sont alors susceptibles de changer pendant le régime transitoire.

La solution de l'équation (4) en régime transitoire s'écrit :

$$c = \frac{Q_{CO_2}}{V_1 a} + \left(c(t=0) - \frac{Q_{CO_2}}{V_1 a} \right) \exp(-a t) \quad (9)$$

On observe que la concentration tend exponentiellement vers la solution du régime permanent $Q_{CO_2}/(aV_1)$ donnée par l'équation 5). Le temps caractéristique vaut a^{-1} .

L'ajustement de données réelles mesurées par un détecteur Aranet4 est présentée en figure 1. Le code python 3 adapté est disponible sur le site <https://projetco2.fr> en téléchargement.

L'ajustement est satisfaisant : le modèle est approprié et la configuration est bien constante en temps. Nous trouvons $a^{-1} = 9\,500$ s, soit $a = 0,38$ h⁻¹. Le taux de renouvellement de cette salle est faible.

Pour des conditions d'aération fixées, a ne dépend pas de l'occupation de la salle. Une utilisation possible des résultats de cette fiche est donc de tester comment le régime permanent et le régime transitoire dépendent du nombre N de personnes présentes.

3.3 Rapport de dilution

Terminons cette fiche par présenter la notion de dilution de l'air expiré, ce qui permet de donner une intuition de ce que le taux de CO₂ représente au niveau de la qualité de l'air et du risque de contamination pour une maladie respiratoire.

La concentration en CO₂ de l'air expiré est d'environ 4%, soit 40 000 ppm ([7]).

Si dans une salle $c = 400$ ppm (soit $c_t = 800$ ppm), l'air expiré a été dilué $40\,000/400 = 100$ fois. Dit autrement, lors d'une inspiration, 1% de l'air inspiré est déjà passé dans des poumons.

Si dans une salle $c = 2000$ ppm (soit $c_t = 2400$ ppm), l'air expiré a été dilué $40\,000/2000 = 20$ fois. Dit autrement, lors d'une inspiration, 5% de l'air inspiré est déjà passé dans des poumons.

Références

- [1] *Comment bien aérer les pièces*, Benoît Semin, Édouard Kierlik et Jean-Michel Courty, Pour la Science, <https://www.pourlascience.fr/sr/idees-physique/comment-bien-aerer-les-pieces-20353.php>
- [2] *Ventilation et traitement de l'air dans les bâtiments tertiaires*, André Bergner, Techniques de l'ingénieur, 2018
- [3] *Covid-19 : aération, ventilation et mesure du CO₂ dans les ERP*, Avis du Haut conseil de la santé publique, <https://www.hcsp.fr/explore.cgi/avisrapportsdomaine?clefr=1009>
- [4] *Air changes per hour*, Wikipedia
- [5] *Measuring Air Changes per Hour with Carbon Dioxide*, Rod Escombe, https://www.ghdonline.org/uploads/Measuring_Air_Changes.pdf
- [6] <https://www.cdc.gov/infectioncontrol/guidelines/environmental/appendix/air.html>
- [7] *Breathing*, Wikipedia