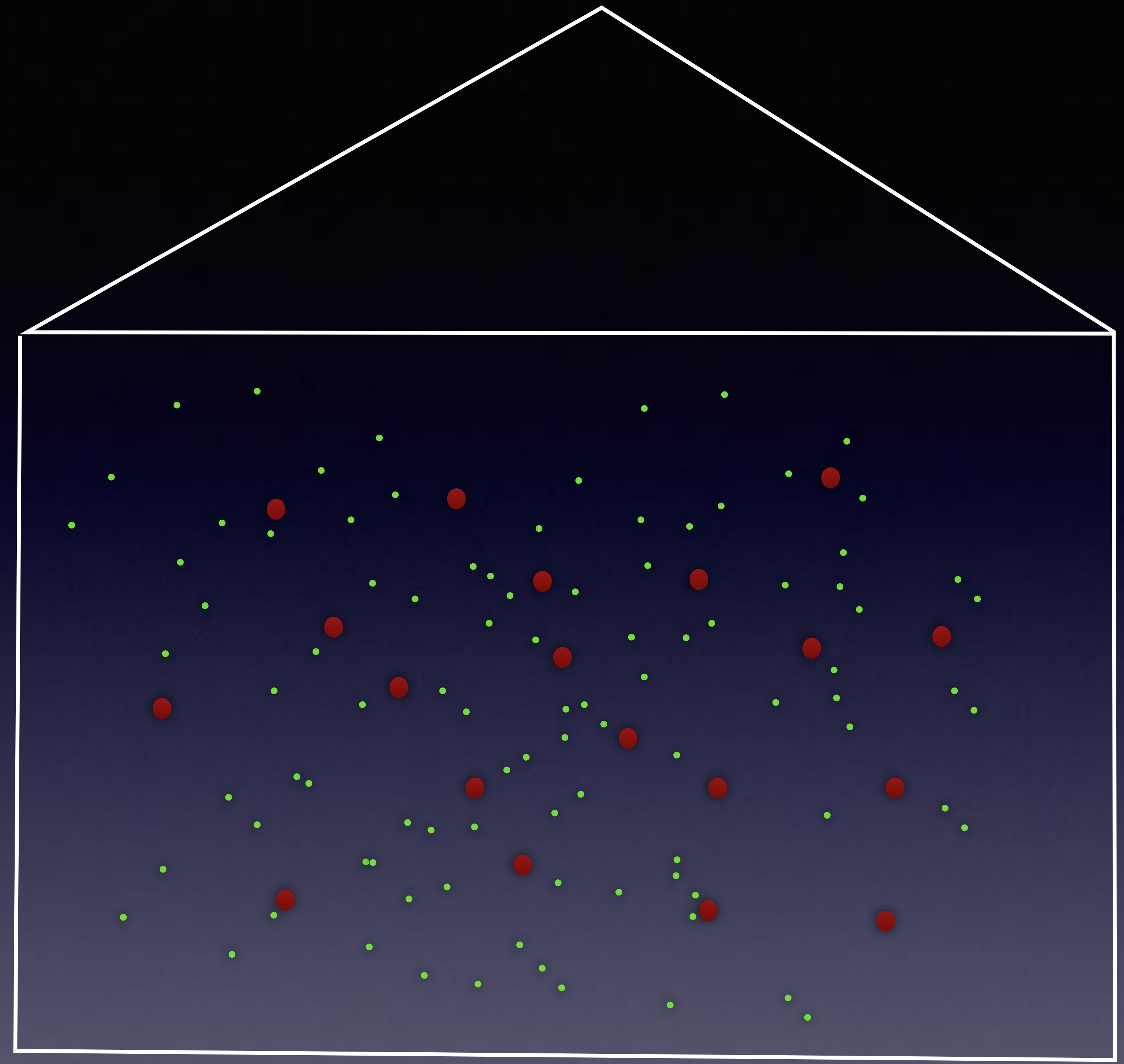
Modélisations
& activités pédagogiques

Bertrand MAURY

LMO, Université Paris-Saclay
& Ens Paris, PSL Univ.

1) Pourquoi la concentration de CO2 donne-t-elle une indication fiable sur la concentration d'aérosols ?

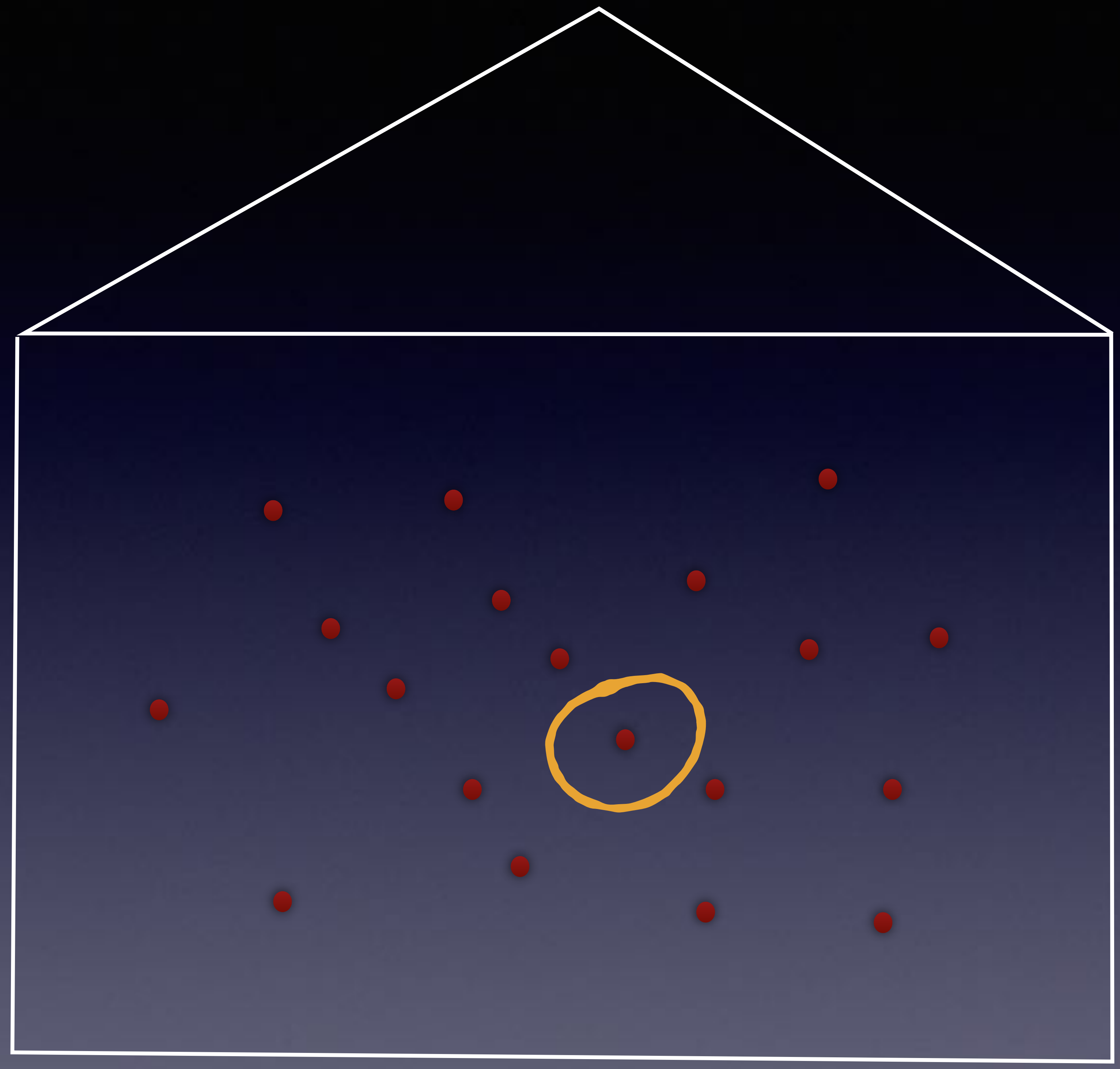
2) Quelles informations peut-on tirer des mesures du CO2 ?

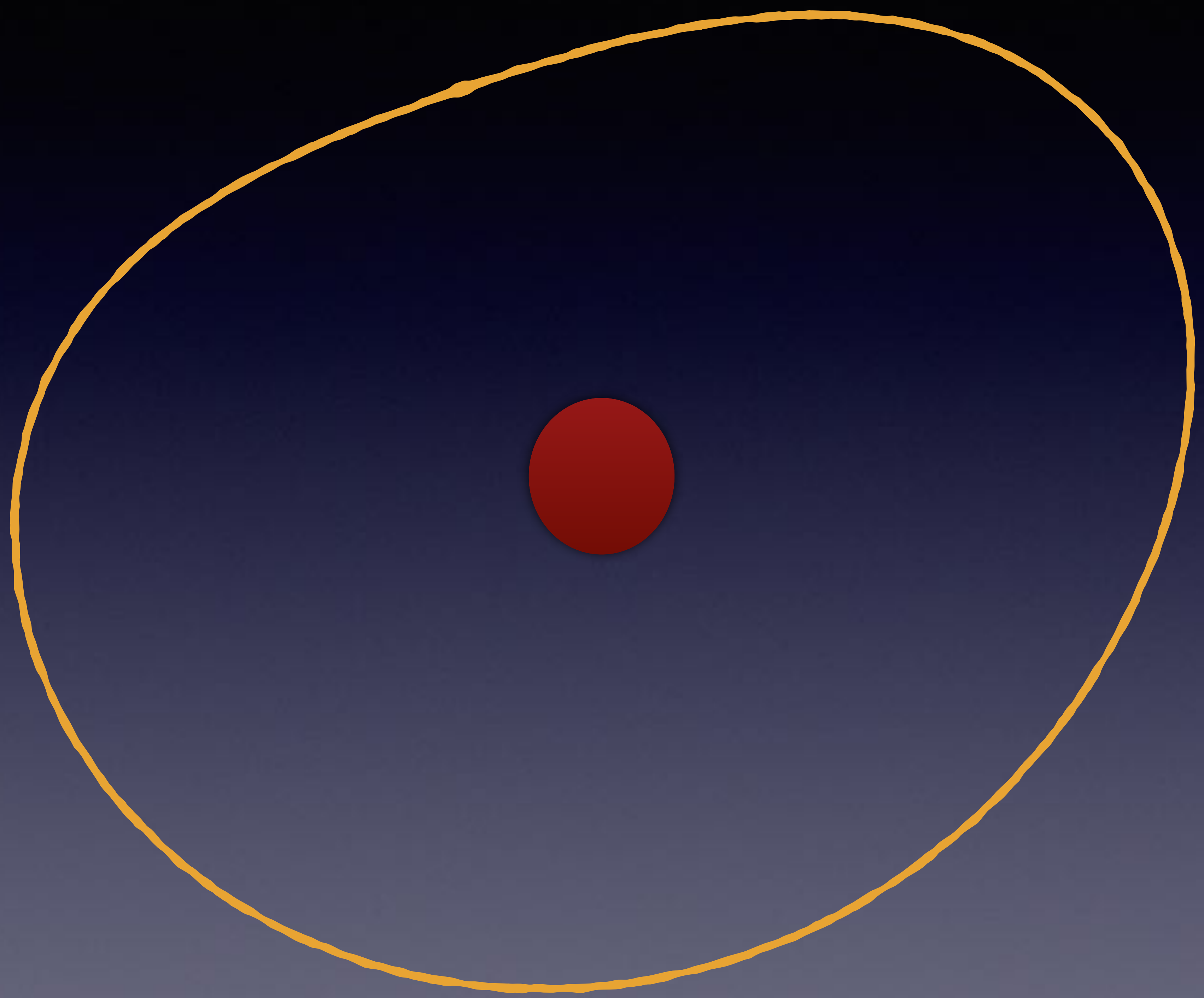


Micro-gouttelettes (diamètre de l’ordre de $1\mu m$)

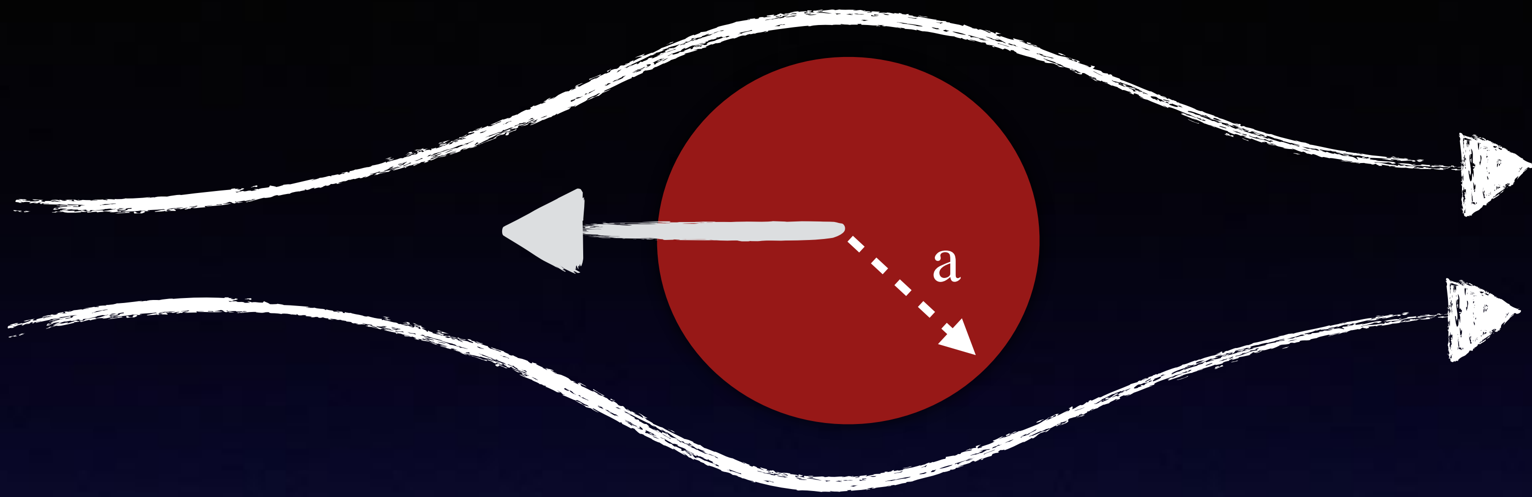
Molécule de CO_2 (« diamètre » de l’ordre de 0.2 nm)

1) Qu’est-ce qui permet d’affirmer que les concentrations sont liées ?





Interaction sphère-fluide visqueux



$$F = -6\pi\mu a V_r$$

a : rayon

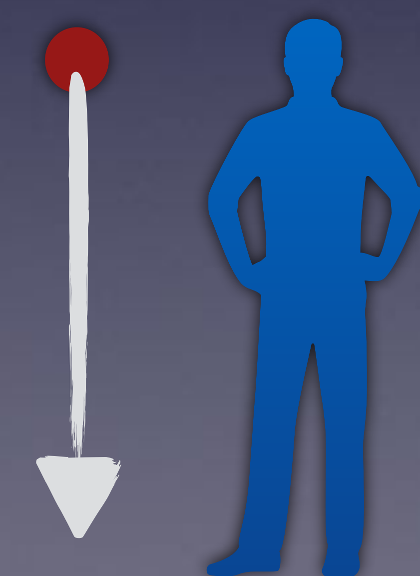
μ : viscosité de l'air air

Sédimentation (équilibre entre poids et résistance de l'air)

$$\frac{4}{3}\pi a^3 \rho g = 6\pi\mu a v_s \implies v_s = \frac{2}{9}\frac{\rho g a^2}{\mu} = \frac{1}{18}\frac{\rho g d^2}{\mu}$$

Temps de chute d'une hauteur de 1.70, dans de l'air **immobile**

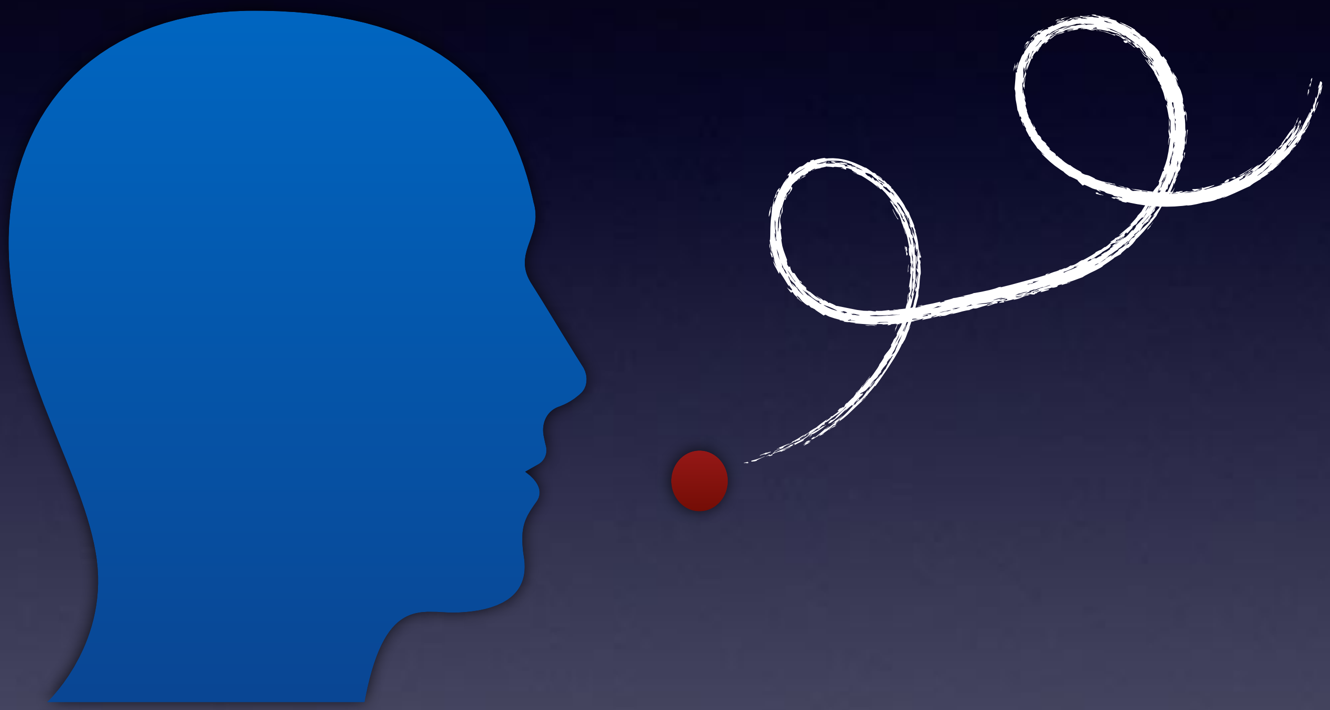
Diamètre	$1\mu m$	$10\mu m$	$50\mu m$
Temps	17 h	10 mn	25 s

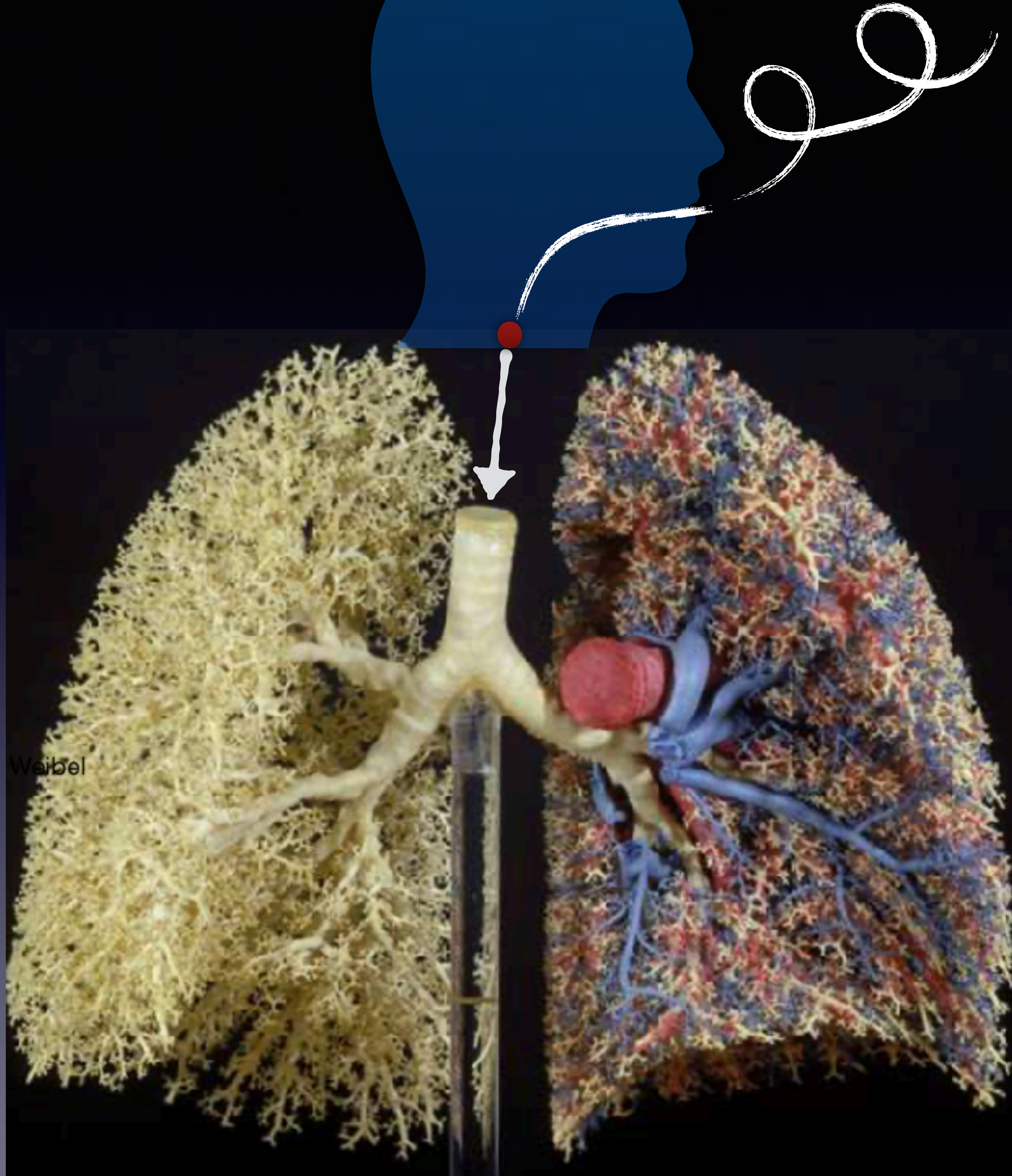


Première conclusion : les aérosols « flottent » dans l'air

A suivre : ils sont entrainés par l'air en mouvement

Que se passe-t-il en particulier pour une particule inhalée ?




Weibel

Animation : Hugo Leclerc (CNRS)

Reconstruction tomographique d'un poumon de rat
(ESRF, Synchrotron de Grenoble, S. Bayat, **H. Leclerc**, S. Martin, B. Maury, B. Semin)

Pourquoi la particule suit le fluide

(Air supposé immobile pour l'instant)

$$m = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho$$

$$m\frac{du}{dt} = -6\pi\mu a u \qquad \text{(PFD)}$$

Relaxation exponentielle, constante de temps

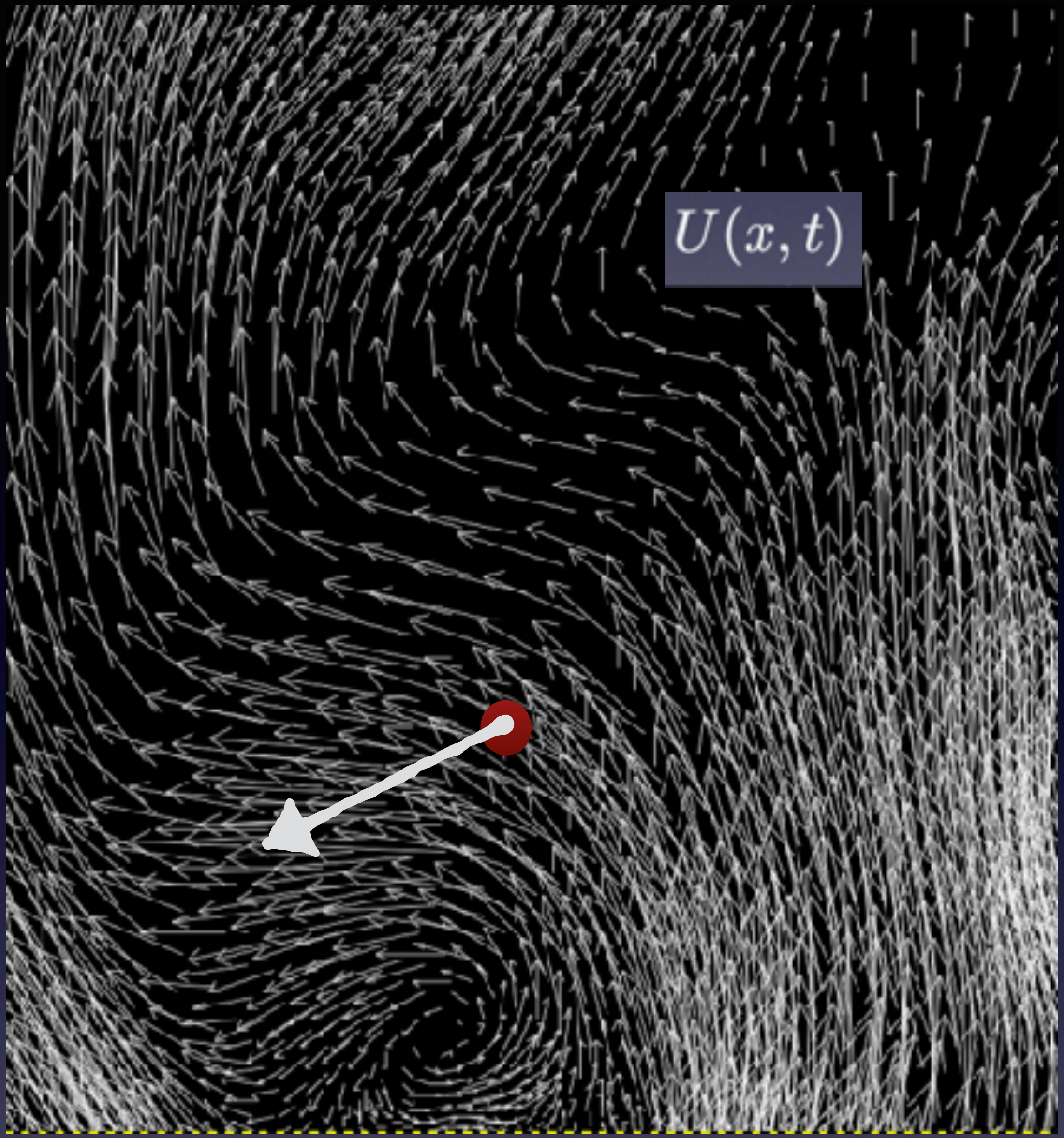
$$\tau = \frac{2}{9}\frac{\rho a^2}{\mu}$$

Longueur caractéristique L, temps caractéristique T = L/U

Rapport des deux temps : nombre de Stokes

$$St = \frac{2}{9}\frac{\rho a^2 U}{\mu L}$$

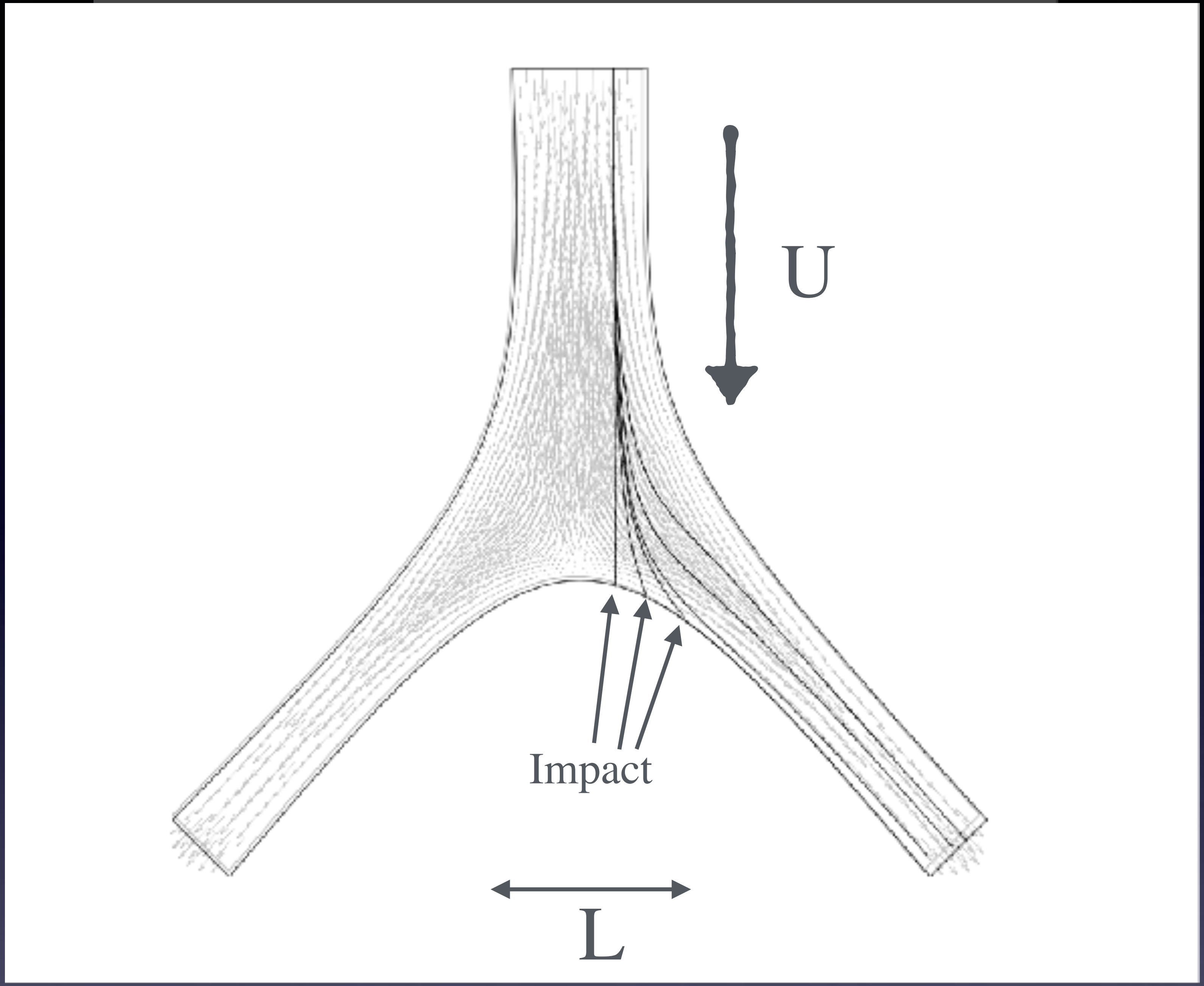
Dans un fluide en mouvement



$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{1}{TSt}\left(U(x,t) - \frac{dx}{dt}\right)$$

$St \longrightarrow 0$ La particule suit le fluide (traceur passif) $\frac{dx}{dt} = U(x,t)$

$St \longrightarrow +\infty$ La particule ne « voit » plus le fluide $\frac{d^2x}{dt^2} = 0$



$$U \approx 1m^{-1}$$

$$L \approx 2\,cm$$

$$St = \frac{2}{9}\frac{\rho a^2 U}{\mu L}$$

Trajectoires pour St = 100, 5, 2, 1.2, 1, et 0.01

Diamètre	$1\mu m$	$10\mu m$	$200\,\mu m$
	$St = 10^{-4}$	$St = 10^{-2}$	$St = 2$

Micro-gouttelettes ⟷ Molécules de CO_2

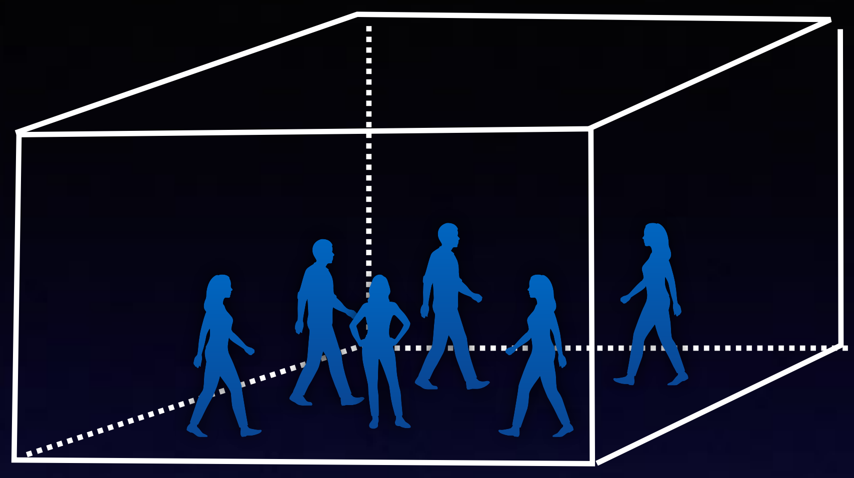
Toutes deux émises par les voies aériennes supérieures

Toutes deux essentiellement transportées passivement par l'air

Coefficient de diffusion beaucoup plus élevé pour le CO_2, mais la diffusion reste négligeable devant le transport

Conclusion : partagent un même **destin**

2) Modéliser l'évolution du taux de CO2



V : volume de la pièce

$c \in [0, 1]$ fraction de CO2 dans l'air

RV = Taux de nouvellement horaire, en $m^3 \, h^{-1}$

N : nombre de personnes

F : production de CO2 par personne (~20 L par heure)

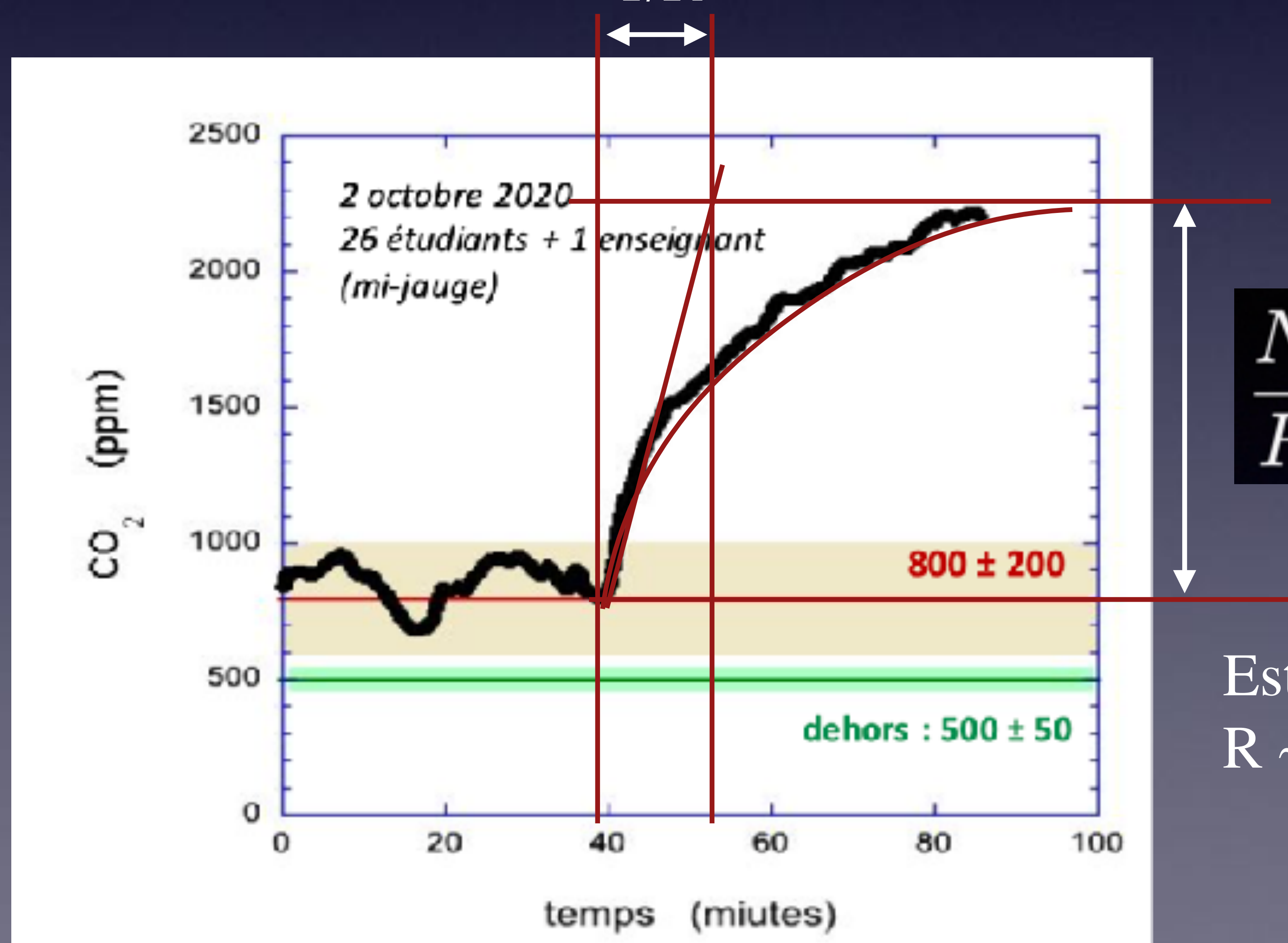
$$\frac{d(cV)}{dt} = RV(c_{ext} - c) + NF$$

$$\frac{d(cV)}{dt} = RV(c_{ext} - c) + NF$$

Relaxation vers $$c_\infty = c_{ext} + \frac{NF}{RV}$$

Solution $$c(t) = c_0 e^{-Rt} + c_\infty \left(1 - e^{-Rt}\right)$$

1/R



$$\frac{NF}{RV}$$

Estimation :
R ~ 3 h^{-1}